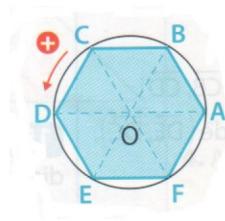


## 6. Énoncés des exercices

**Exercice 4.1** ABCDEF est un hexagone régulier.



Indiquez la mesure des angles :

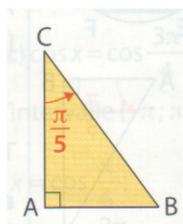
a)  $(\vec{OA}, \vec{OC})$

b)  $(\vec{AB}, \vec{BE})$

c)  $(\vec{AB}, \vec{CD})$

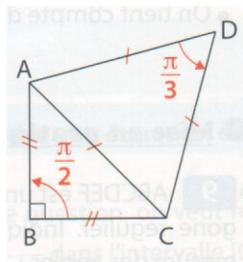
d)  $(\vec{AB}, \vec{OE})$

**Exercice 4.2** Le triangle ABC est rectangle en A et  $(\vec{CA}, \vec{CB}) = \frac{\pi}{5}$ .



1° Justifiez l'égalité :  $(\vec{BA}, \vec{CB}) = (\vec{AB}, \vec{AC}) + (\vec{CA}, \vec{CB})$

2° Déduisez-en la mesure principale de  $(\vec{BA}, \vec{CB})$ .



### Exercice 4.3

1° En utilisant la figure, justifiez que :

$$(\vec{AD}, \vec{CB}) = (\vec{AD}, \vec{AC}) + (\vec{CA}, \vec{CB}) + \pi$$

2° Déduisez-en la mesure principale de  $(\vec{AD}, \vec{CB})$ .

**Exercice 4.4** Une mesure de  $(\vec{u}, \vec{v})$  est fixée. Dans chacun des cas suivants, donnez une mesure de chacun des angles orientés indiqués.

1° Si  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{6}$ , donnez la mesure de :

a)  $(\vec{u}, 2\vec{v})$

b)  $(\vec{v}, -2\vec{u})$

c)  $(-\vec{v}, -\vec{u})$

2° Si  $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  ; donnez la mesure de :

a)  $(3\vec{u}, -2\vec{v})$

b)  $(-2\vec{u}, \vec{v})$

c)  $(-3\vec{u}, -2\vec{v})$

**Exercice 4.5** Trouvez les valeurs exactes du cosinus et du sinus des nombres donnés. Vous pouvez commencer par placer les points sur un cercle trigonométrique.

(a)  $\frac{4\pi}{3}$

(b)  $\frac{71\pi}{3}$

(c)  $-\frac{97\pi}{3}$

**Exercice 4.6** Sur le cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$  ci-dessous, on a placé le point  $M$  associé à  $x$ .



1) Placez sur  $\mathcal{C}$  les points associés à :

$$3\pi + x$$

$$5\pi - x$$

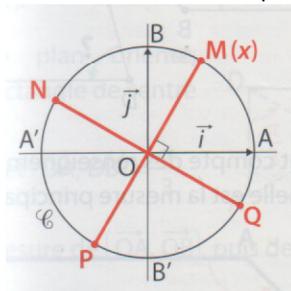
$$\frac{5\pi}{2} - x$$

$$x - \frac{\pi}{2}$$

2) Simplifiez l'expression :

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) + \sin(3\pi + x) + \cos(5\pi - x) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

**Exercice 4.7**  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  est un repère orthonormé direct et  $\mathcal{C}$  le cercle trigonométrique de centre O. Les points N, P, Q sont définis à partir de M comme indiqué sur la figure ci-dessous.



1) Quels sont les réels de  $[0, 2\pi]$  associés à N, P et Q respectivement ?

2) Simplifiez les écritures suivantes :

a)  $\cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(x + \pi) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

b)  $\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x + \pi) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$

**Exercice 4.8** On donne  $\cos x = \frac{3}{4}$ , et  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ .

1) Sur un cercle trigonométrique, placez le point M associé à  $x$ .

2.a) Quelle est la valeur exacte de  $\sin x$  ?

2.b) Déduisez-en les valeurs exactes de :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\sin(\pi + x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$\cos(\pi - x)$$

**Exercice 4.9** Résolvez dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $\cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$

b)  $\sin x = \sin \frac{5\pi}{4}$

c)  $\sin x = \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

d)  $\cos x = \cos \frac{4\pi}{6}$

**Exercice 4.10** 1) A l'aide d'un cercle trigonométrique  $\mathcal{C}$ , trouvez les réels  $x$  de l'intervalle  $[0; 2\pi[$  tels que :

a)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c)  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) Trouvez les réels  $x$  de l'intervalle  $[-\pi; \pi[$  tels que :

a)  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c)  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Exercice 4.11** Donnez à l'aide de la calculatrice une valeur approchée en radians à  $10^{-3}$  près des solutions de l'équation dans l'intervalle I indiqué.

a)  $I = [0; \pi]$ ;  $\cos x = 0,6$ .

b)  $I = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ;  $\sin x = -\frac{2}{5}$ .